2025 年普通高等学校招生全国统一考试（上海卷）

数学

2025 年普通高等学校招生全国统一考试

（上海卷）

数学

注意事项:

1. 答卷前， 考生务必用黑色字迹的钢笔或签字笔将自己的姓名和考生号,

试室号,

座位号填写在答题

卡上。用 2B 铅笔将试卷类型和考生号填涂在答题卡相应位置上。

用 2B 铅笔把答题卡上对应的题目选项的答案信息点涂黑;

2. 选择题每小题选出答案后， 如需改动,

用

3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置

上;

如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案，不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答的答案无效。

第 1 ~ 6 题每题 4 分,

一、填空题（本大题共 12 题， 第 7 ~ 12 题每题 5 分,

共 54 分。考生应在答题纸的相应

位置直接填写结果。

)

1. 已知全集 $U=\{x|2\leqslant x\leqslant 5,x\in R\}$,

集合 $A=\{x|2\leqslant x<4,x\in R\}$,

则 A 在 U 中的补集为 .

2. 不等式 $(x - 1) / (x - 3) < 0$ 的解集为 .

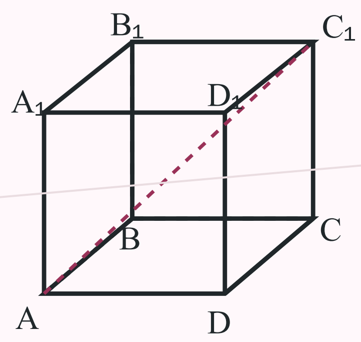
3. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1 = -3$，公差 $d = 2$，则该数列的前 6 项和为 .

4. 在二项式 $(2x - 1)^5$ 的展开式中，x^3 的系数为 .

5. 函数 $y = \cos x$ 在 $[-\pi/2, \pi/4]$ 上的值域为 .

6. 已知随机变量 X 的分布为 $\begin{matrix} 5 & 6 & 7 \\ 0.2 & 0.3 & 0.5 \end{matrix}$，则期望 $E[X] =$.

7. 如图，在正四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中，$BD = 4\sqrt{2}$，$DB_1 = 9$，则该正四棱柱的体积为 .



8. 设 $a,b > 0$，$a + 1/b = 1$，则 $b + 1/a$ 的最小值为 .

9. 4 个家长和 2 个儿童去爬山．6 个人需要排成一条队列,

要求队列的头和尾均是家长,

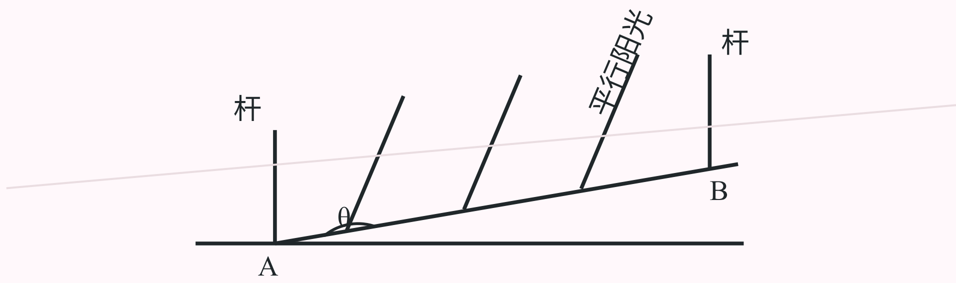
则不同的排列个数

有 种.

10. 已知复数 z 满足 $z^2 = (z)^2$，$|z| \leqslant 1$,

则 $|z - 2 - 3i|$ 的最小值是 .

11. 小申同学观察发现，生活中有些时候影子可以完全投射在斜面上．某斜面上有两根长为 1 米的垂直于水平面放置的杆子，与斜面的接触点分别为 A，B，它们在阳光的照射下呈现出影子，阳光可视为平行光：其中一根杆子的影子在水平面上，长度为 0.4 米；另一根杆子的影子完全在斜面上，长度为 0.45 米．则斜面的底角 θ = ＿＿＿＿＿＿．（结果用角弧度制表示，精确到 0.01°）



12. 已知函数 $f(x) = \{1\ (x > 0),\ 0\ (x = 0),\ -1\ (x < 0)\}$，a、b、c 是平面内三个不同的单位向量．若 $f(a \cdot b) + f(b \cdot c) + f(c \cdot a) = 0$，则 $|a + b + c|$ 的取值范围是 .

二、选择题（本大题共 4 题，第 13、14 题每题 4 分，第 15、16 题每题 5 分，共 18 分。每题有且仅有一个正确选项）

13. 已知事件 A、B 相互独立，事件 A 发生的概率为 $P(A) = 1/2$，事件 B 发生的概率为 $P(B) = 1/2$，则事件 $A \cap B$ 发生的概率 $P(A \cap B)$ 为（ ）

A. 1/8　　B. 1/4　　C. 1/2　　D. 0

14. 设 $a > 0$，$s \in R$．下列各项中，能推出 $a^s > a$ 的一项是（ ）

A. $a > 1$，且 $s > 0$.　　B. $a > 1$，且 $s < 0$.

C. $0 < a < 1$，且 $s > 0$.　　D. $0 < a < 1$，且 $s < 0$.

15. 已知 A(0,1)，B(1,2)，C 在 $\Gamma: x^2 - y^2 = 1$（$x \geqslant 1$，$y \geqslant 0$）上，则 △ABC 的面积（ ）

A. 有最大值，但没有最小值.　　B. 没有最大值，但有最小值.

C. 既有最大值，也有最小值.　　D. 既没有最大值，也没有最小值.

16. 设 $\lambda \in [0,1]$，数列 $a_n = 10n - 9$，数列 $b_n = 2^n$．设 $c_n = \lambda a_n + (1 - \lambda)b_n$．若对任意 $\lambda \in [0,1]$，长为 a_n、b_n、c_n 的线段均能构成三角形，则满足条件的 n 有（ ）

A. 1 个.　　B. 3 个.　　C. 4 个.　　D. 无穷

三、解答题：解答题（本大题共 5 题，第 17—19 题每题 14 分，第 20—21 题每题 18 分，共 78 分。）

17.（第 1 小题满分 6 分，第 2 小题满分 8 分）

2024 年东京奥运会，中国获得了男子 4 × 100 米混合泳接力金牌．以下是历届奥运会男子 4 × 100 米混合泳接力项目冠军成绩记录（单位：秒），数据按照升序排列：

206.78、207.46、207.95、209.34、209.35、210.68、213.73、214.84、216.93、216.93.

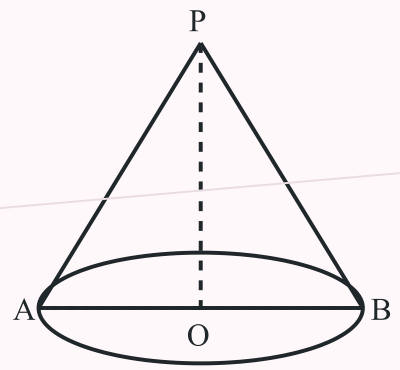
（1）求这组数据的极差与中位数；

（2）从这 10 个数据中任选 3 个，求恰有 2 个数据在 211 以上的概率；

（3）若比赛成绩 y 关于年份 x 的回归方程为 $y = -0.311x + b$，年份 x 的平均数为 2006，预测 2028 年冠军队的成绩（精确到 0.01 秒）.

18.（第 1 小题满分 6 分，第 2 小题满分 8 分）

如图，P 是圆锥的顶点，O 是底面圆心，AB 是底面直径，且 AB = 2.



（1）若直线 PA 与圆锥底面的所成角为 $\pi/3$，求圆锥的侧面积；

（2）已知 Q 是母线 PA 的中点，点 C、D 在底面圆周上，且弧 CD 的长为 $\pi/3$，CD // AB．设点 M 在线段 OC 上，

证明： 直线 QM // 平面 PBD.

19.（第 1 小题满分 6 分，第 2 小题满分 8 分）

已知 $f(x) = x^2 - (m + 2)x + m \ln x$， $m \in R$.

（1）若 $f(1) = 0$，求不等式 $f(x) \leqslant x^2 - 1$ 的解集；

（2）若函数 $y = f(x)$ 满足在 $(0, +\infty)$ 上存在极大值，求 m 的取值范围；

20.（第 1 小题满分 4 分， 第 2 小题满分 6 分， 第 3 小题满分 8 分）

已知椭圆 $\Gamma: x^2/a^2 + y^2/5 = 1$（$a > \sqrt{5}$），M(0,m)（m > 0），A 是 Γ 的右顶点.

（1）若 Γ 的焦点是 $(2,0)$，求离心率 e；

（2）若 $a = 4$，且 Γ 上存在一点 P，满足向量 $PA = 2$ 向量 MP，求 m；

（3）若 AM 中垂线 l 的斜率为 2，l 与 Γ 交于 C、D 两点，$\angle CMD$ 为钝角，求 a 的取值范围.

21.（第 1 小题满分 4 分，第 2 小题满分 6 分，第 3 小题满分 8 分）

已知函数 $y = f(x)$ 的定义域为 R．对于正实数 a，定义集合 $M_a = \{x \mid f(x + a) = f(x)\}$.

（1）若 $f(x) = \sin x$，判断 $\pi/3$ 是否是 M_π 中的元素，并说明理由；

（2）若 $f(x) = \{ x + 2$（$x < 0$），x（$x \geqslant 0$）$\}$，$M_a \neq \varnothing$，求 a 的取值范围；

（3）设 $y = f(x)$ 是偶函数，当 $x \in (0,1]$ 时，$f(x) = 1 - x$，且对任意 $a \in (0,2)$，均有 $M_a \subseteq M_2$．写出 $y = f(x)$，$x \in (1,2)$ 的解析式，对任意实数 c，并证明：函数 $y = f(x) - c$ 在 $[-3,3]$ 上至多有 9 个零点.