数学第 1 页

手工讲义版 · 正式可打印

【高考真题】2025 年普通高等学校招生全国统一考试（新高考 II 卷）
数学试题

注意事项：1、填写答题卡的内容用 2B 铅笔填写。2、提前 xx 分钟收取答题卡。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 样本数据 2，8，14，16，20 的平均数为（　）

A. 8　　B. 9　　C. 12　　D. 18

2. 已知 $z=1+i$，则 $\frac{1}{z-1}=$（　）

A. $-i$　　B. i　　C. -1　　D. 1

3. 已知集合 $A=\{-4, 0, 1, 2, 8\}$，$B=\{x|x^3=x\}$，则 $A\cap B=$（　）

A. $\{0, 1, 2\}$　　B. $\{1, 2, 8\}$　　C. $\{2, 8\}$　　D. $\{0, 1\}$

4. 不等式 $\frac{x-4}{x-1}\geqslant 2$ 的解集是（　）

A. $\{x|-2\leqslant x\leqslant 1\}$　　B. $\{x|x\leqslant -2\}$　　C. $\{x|-2\leqslant x<1\}$　　D. $\{x|x>1\}$

5. 在 $\triangle ABC$ 中，$BC=2$，$AC=1+\sqrt{3}$，$AB=\sqrt{6}$，则 $A=$（　）

A. 45°　　B. 60°　　C. 120°　　D. 135°

6. 设抛物线 C：$y^2=2px$（$p>0$）的焦点为 F，点 A 在 C 上，过 A 作 C 的准线的垂线，垂足为 B，若 l_{BF}：$y=-2x+2$，则 $|AF|=$（　）

A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

7. 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $S_3=6$，$S_5=-5$，则 $S_6=$（　）

A. -20　　B. -15　　C. -10　　D. -5

8. 已知 $0<\alpha<\pi$，$\cos\frac{\alpha}{2}=\frac{\sqrt{5}}{5}$，则 $\sin(\alpha-\frac{\pi}{4})=$（　）

A. $\frac{\sqrt{2}}{10}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{5}$　　C. $\frac{3\sqrt{2}}{10}$　　D. $\frac{7\sqrt{2}}{10}$

数学第 2 页

手工讲义版 · 正式可打印

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。

9. 记 S_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，q 为 $\{a_n\}$ 的公比，$q>0$，若 $S_3=7$，$a_3=1$，则（ ）

A. $q=\frac{1}{2}$　　B. $a_5=\frac{1}{9}$　　C. $S_5=8$　　D. $a_n+S_n=8$

10. 已知 f(x) 是定义在 R 上的奇函数，且当 $x>0$ 时，$f(x)=(x^2-3)e^x+2$，则（ ）

A. $f(0)=0$

B. 当 $x<0$ 时，$f(x)=-(x^2-3)e^{-x}-2$

C. $f(x)\geqslant 2$ 当且仅当 $x\geqslant\sqrt{3}$

D. $x=-1$ 是 f(x) 的极大值点

11. 双曲线 C: $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的左、右焦点分别是 F_1，F_2，左、右顶点分别为 A_1，A_2，以 F_1F_2 为直径的圆与 C 的一条渐近线交于 M，N 两点，且 $\angle NA_1M=\frac{5\pi}{6}$，则（ ）

A. $\angle A_1MA_2=\frac{\pi}{6}$

B. $|MA_1|=2|MA_2|$

C. C 的离心率为 $\sqrt{13}$

D. 当 $a=\sqrt{2}$ 时，四边形 NA_1MA_2 的面积为 $8\sqrt{3}$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。

12. 已知平面向量 $a=(x,1)$，$b=(x-1,2x)$，若 $a\perp(a-b)$，则 $|a|=$________。

13. 若 $x=2$ 是函数 $f(x)=(x-1)(x-2)(x-a)$ 的极值点，则 $f(0)=$________。

14. 一个底面半径为 4cm，高为 9cm 的封闭圆柱形容器（容器壁厚度忽略不计）内有两个半径相等的铁球，则铁球半径的最大值为________cm。

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15. 已知函数 $f(x)=\cos(2x+\varphi)$（$0\leqslant\varphi<\pi$），$f(0)=\frac{1}{2}$。

（1）求 φ；

（2）设函数 $g(x)=f(x)+f(x-\frac{\pi}{6})$，求 g(x) 的值域和单调区间。

数学第 3 页

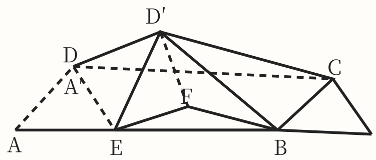
手工讲义版 · 正式可打印

16. 已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，长轴长为 4。

（1）求 C 的方程；

（2）过点 $(0,\ -2)$ 的直线 l 与 C 交于 A，B 两点，O 为坐标原点，若 $\triangle OAB$ 的面积为 $\sqrt{2}$，求 $|AB|$。

17. 如图，在四边形 ABCD 中，$AB\parallel CD$，$\angle DAB=90°$，F 为 CD 的中点，点 E 在 AB 上，$EF\parallel AD$，$AB=3AD$，$CD=2AD$，将四边形 EFDA 沿 EF 翻折至四边形 $EFD'A'$，使得面 $EFD'A'$ 与面 EFCB 所成的二面角为 60°。



（1）证明：$A'B\parallel$ 平面 CDF；

（2）求面 BCD' 与面 $EFD'A'$ 所成二面角的正弦值。

18. 已知函数 $f(x)=\ln(1+x)-x+\frac{1}{2}x^2-kx^3$，其中 $0<k<\frac{1}{3}$。

（1）证明：$f(x)$ 在区间 $(0,\ +\infty)$ 存在唯一的极值点和唯一的零点；

（2）设 x_1，x_2 分别为 $f(x)$ 在区间 $(0,\ +\infty)$ 的极值点和零点。

(i) 设函数 $g(t)=f(x_1+t)-f(x_1-t)$，证明：$g(t)$ 在区间 $(0,\ x_1)$ 单调递减；

(ii) 比较 $2x_1$ 与 x_2 的大小，并证明你的结论。

19. 甲、乙两人进行乒乓球练习，每个球胜者得 1 分，负者得 0 分。设每个球甲胜的概率为 p（$\frac{1}{2}<p<1$），乙胜的概率为 q，$p+q=1$，且各球的胜负相互独立，对正整数 $k\geqslant2$，记 P_k 为打完 k 个球后甲比乙至少多得 2 分的概率，q_k 为打完 k 个球后乙比甲至少多得 2 分的概率。

（1）求 P_3，P_4（用 p 表示）；

（2）若 $\frac{P_4-P_3}{q_4-q_3}=4$，求 p；

（3）证明：对任意正整数 m，$P_{2m+1}-q_{2m+1}<P_{2m}-q_{2m}<P_{2m+2}-q_{2m+2}$。